مراجعة شاملة

مراجعة قوانين النشر

مثال: $2x(6+2y)$

الحل: $12x + 4xy$

مثال: $-6(+5x+3)$

الحل: $-30x - 18$

مثال: $(2x+y)(+5x+2)$

الحل: $10x^2 + 4x + 5xy + 2y$

$10x^2 + 4x + 5$

مثال: $(+10x-3)(-5x+4)$

الحل: $-50x^2 + 40x + 15x - 12$

$-50x^2 + 55x - 12$

قاعدة: في حالة الإشارة مختلفة نحل بهذه الطريقة

$a^2 - b^2 \leftarrow (a-b)(a+b)$

مثال: $(2x+y)(2x-y)$

الحل: $(2x^2) - (y^2)$

$4x^2 - y^2$

مثال: $(5a-b)(5a+b)$

الحل: $(5a^2) - (6)^2$

$25a^2 - 36$

مثال: $(+5a-6)(+5a-b)$

الحل: $+25a^2 - 30a - 30a + 36$

$25a^2 - 60a + 36$

مثال: $(6x-y)(6x+y)$

الحل: $(6x^2) - y^2$

$36x^2 - y^2$

$(5x+4)(5x-4)$

$(5x)^2 - (4)^2$

$25x^2 - 16$

قاعدة: مربع مجموع عددين $(a+b)^2$

$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

مربع الأول + ضعفي الأول في الثاني + مربع الثاني

مربع فرق عددين $(a-b)^2$

$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

مثال: $(\sqrt{3}+4)^2$

الحل: $(\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 4 + (4)^2$

$3 + 8\sqrt{3} + 16$

$19 + 8\sqrt{3}$

مثال: $(\sqrt{3}-4)$

$(\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 4 \; (-4)^2$

$+3 - 8\sqrt{3} + 16$

$19 - 8\sqrt{3}$

مثال $(5a+6i)^2$

الحل $(5a)^2 + 2 \cdot 5a \cdot 6 + (6)^2$

$25a^2 + 60a + 36$

مثال $(5a-6)^2$

الحل $(5a)^2 - 2 \cdot 5a \cdot 6 + (-6)^2$

$+25a^2 - 60a + 36$

الأعداد المعقدة

جمع الأعداد المعقدة $(z_1 + z_2)$

مثال $z_1 = 5 + 6i$

$z_2 = 4 - 8i$

الحل

$(+5 + 6i) + (+4 - 8i)$

$9 - 2i$

$(z_1 - z_2)$

$(+5+6i) - (+4-8i)$

$+5 + 6i - 4 + 8i$

$+1 + 14i$

مثال $z_1 = 8 + 6i$ $(z_1 + z_2)$

$z_2 = -5 + 2i$

الحل

$(+8 + 6i) + (-5 + 2i)$

$+8 + 6i - 5 + 2i$

$+3 + 8i$

$(z_1 - z_2)$ $(+8+6i) + (-5+2i)$

$+8 + 6i + 5 - 2i$

$13 + 4i$

$z_1 = 6 + 5i$, $z_2 = 4 - 8i$

$z_1 + z_2 = 10 - 3i$

$z_1 - z_2 = 2 + 13i$

$z_1 = 7 + 3i$, $z_2 = 10 + 6i$

$z_1 + z_2 = 17 + 9i$

$z_1 - z_2 = -3 - 3i$

$z_1 = -8 + 7i$, $z_2 = 9 - 8i$

$z_1 + z_2 = 17 - 1i$

$z_1 - z_2 = -1 + 15i$

مراجعة وتكملة الأعداد المعقدة

أوجد قيمة i^{10}

$i^{10} = i^2 \cdot i^2 \cdot i^2 \cdot i^2 \cdot i^2$

$= -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1$

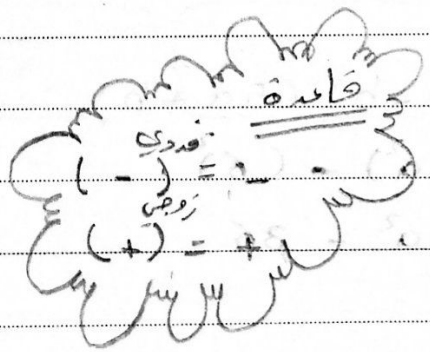
$i^{10} = +1$

أوجد قيمة i^{12}

$i^{12} = i^2 \cdot i^2 \cdot i^2 \cdot i^2 \cdot i^2 \cdot i^2$

$= -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1$

$= +1$



جمع وطرح الأعداد لعقدية سؤال أكتب

مثال $z_1 = 3 + 4i$

$z_2 = 5 - 3i$

المطلوب أوجد $(z_1 + z_2)$ ، $(z_1 - z_2)$

الحل

$(z_1 + z_2)$

$(+3 + 4i) + (5 - 3i)$

$8 + i$

$(z_1 - z_2)$

$(+3 + 4i) - (5 - 3i)$

$+3 + 4i - 5 + 3i$

$-2 + 7i$

مثال ضرب الأعداد لعقدية

$z_1 = (5 + 6i)$

$z_2 = (3 - 4i)$

اوجد $(z_1 \cdot z_2)$

الحل

$(5 + 6i) \cdot (3 - 4i)$

$+15 - 20i + 18i - 24i^2$

$= 15 - 2i + 24$

$= 39 - 2i$

مثال $z_1 = (-7 + 4i)$

$z_2 = (-8 - 3i)$

أوجد $(z_1 \cdot z_2)$

الحل

$+56 + 21i - 32i - 12i^2$

$= +56 - 11i + 12$

$= 68 - 11i$

مثال

$z_1 (5 + 6i)^2$

$z_2 (4 - 3i)^2$

أوجد $(z_1)^2$ ، $(z_2)^2$

الحل

قاعدة

$(5 + 6i)$

مربع الأول + ضعف الأول في الثاني + مربع الثاني

$(5)^2 + 2 \cdot 5 \cdot 6i + (6i)^2$

$= 25 + 60i + 36i^2$

$= +25 + 60i - 36$

$= -11 + 60i$

$(4 - 3i)^2$

قاعدة

مربع الأول - ضعف الأول في الثاني + مربع الثاني

$(4)^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3i + (3i)^2$

$= 16 - 24i + 9i^2$

$= 16 - 24i - 9$

$= 7 - 24i$

مثال

$z_1 = (3 + 2i)^2$

$z_2 = (1 - i)^2$

$(z_1)^2$ ، $(z_2)^2$

الحل

$(3 + 2i)^2$

$(3)^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2i + (2i)^2$

$+9 + 12i + 4i^2$

$+9 + 12i$

$(1 - i)$

$(i)^2 - 2 \cdot 1 \cdot i + (i)^2$

$= 1 - 2i - i^2$

$+1 - 2i - 1$

$= -2i$

قاعدة $(a-b)(a+b)$

(a^2+b^2)

$z_1 = (3+2i)$

المطلوب $(z_1 \cdot z_2)$

$z_2 = (3-2i)$

$(3+2i)(3-2i)$

$(3)^2 + (2i)^2$

$= 9 - 4i^2$

$= 9 + 4$

$= 13$

مثال

$z_1 = (1-i)$

$z_2 = (1+i)$

أوجد $z_1 \cdot z_2$

الحل

$(1-i)(1+i)$

$(1)^2 - i^2$

$1 + 1$

$= 2$

قسمة الأعداد المركبة بطريقة سهلة

الهدف: التخلص من المقام

المقام: مرافق البسط وليكن عكسه بالإشارة

$\frac{2+i}{(5-i)} \quad \frac{(5+i)}{(5+i)}$

$\frac{10+2i+5i+i^2}{(5)^2-(i)^2}$

$\frac{10+7i-1}{25+1} = \frac{9+7i}{26}$

$(a-b)(a+b) = a^2 + b^2$

مثال الحل

$\frac{(1+i)}{(3-2)} \quad \frac{(3+2)}{(3+2)}$

$\frac{3+2i+3i+2i^2}{(3)^2-(2i)^2}$

$= \frac{3+5i-2}{9-4i}$

$\frac{3+5i-2}{9-4i^2}$

$\frac{1+5i}{9+4} = \frac{1+5i}{13}$

طويلة العدد العقدي $|z|$ طويلة

قانون $|z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2}$

مثال

$z(3 + 2i)$

الحل

$|z| = \sqrt{(3)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{9 + 4}$

$|z| = \sqrt{13}$

مثال

$z = 5 - 2i$

$|z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2}$

$= \sqrt{(5)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{25 + 4}$

$= \sqrt{29}$

$$\frac{(6+i)(1+2i)}{(1-i)(1+i)}$$

$$\frac{6+6i+i+2i^2}{(1)^2-(i)^2}$$

$$\frac{6+7i-1}{1+1}$$

$$\frac{5+7i}{2}$$

الاحصاء

تعريف المدى: هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة

1، 2، 2، 2، 3، 6، 6، 6، 5، 6، 11، 12

المدى
$M = 12 - 1 = 11$

المنوال: هو العدد الأكثر تكراراً

2

المتوسط الحسابي: مجموع الأعداد تقسيم عددها

$$\frac{1+2*3+3+4\times2+5+6+11+12}{11} =$$

$$= \frac{52}{11} \approx 4,7$$

الوسيط: إذا كان متردي لوسيط

هو الذي يقع في المنتصف

مثال متردي

1، 2، 2، 2، 3، 4، 4، 5، 6، 11، 12

الوسيط هو الرقم 4

الربيعات

الربيع الأول $Q_1 = 2$

الربيع الثاني $Q_2 = 4$

الربيع الثالث $Q_3 = 6$

1، 1، 1، 1، 12، 13، 14، 14، 14، 15، 15، 15

المدى $15 - 1 = 14$

نشتغل على المدى الكلي

المنوال = 1

المتوسط الحسابي $= \frac{1\times4 + 12 + 3 + 14\times3 + 15\times3}{12}$

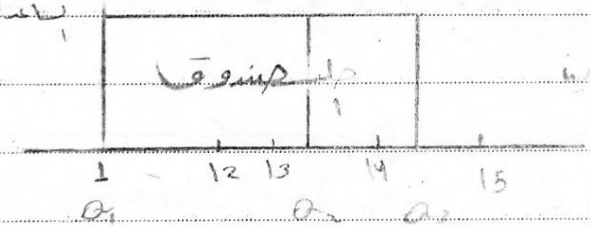
الوسيط $\frac{27}{2} = 13,5$

المدى الربيعي

$Q_1 = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$Q_2 = \frac{13+14}{2} = \frac{27}{2} = 13,5$

$Q_3 = \frac{14+15}{2} = \frac{29}{2} = 14,5$



7, 6, 7, 7, 6, 5, 5, 6, 6

أوجد المدى والمنوال والوسيط والمتوسط الحسابي

وأوجد الربيعات ورسم الصندوق والشاربين

Q1 Q2 Q3

4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7

المدى $7 - 4 = 3$

المنوال 7, 6

الوسيط 6

المتوسط الحسابي

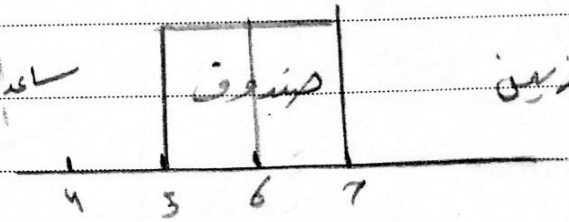
$$\frac{4+5+5+6+6+6+7+7+7}{9}$$

$$= \frac{53}{9} = 5.8$$

Q_1 الربيع الأول $= \frac{5+5}{2} = \frac{10}{2} = 5$

Q_2 الربيع الثاني $= 6$

Q_3 الربيع الثالث $= \frac{7+7}{2} = \frac{14}{2} = 7$



2, 2, 2, 3, 4, 2, 1, 1

أوجد المدى والمنوال والوسيط والمتوسط الحسابي

Q_1 Q_2 Q_3

الوسيط

أوجد الربيعات وارسم الصندوق والشاربين

1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4

المدى $4 - 1 = 3$

المنوال 2

المتوسط الحسابي $= \frac{1+1+2+2+2+2+3+4}{8}$

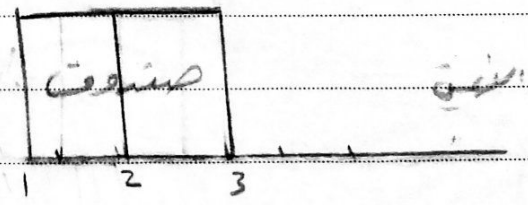
$= \frac{17}{8} = 2.1$

الوسيط $= \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$Q_1 = 1$

$Q_2 = 2$

$Q_3 = 3$



«الاحتمالات»

يجب حفظ بالفحص

① فضاء العينة: هو كافة النتائج الحاصلة عن تجربة ما. ما احتمال ظهور كتابة عند الرمية الأولى؟
(T,H) , (T,T)

مثال

نرمي معصو قطعة نقود شعار H كتابة T

عندما نرمي قطعة نقود مرتين ما هي الاحتمالات الممكنة

سؤال مناقشة
عدد الاحتمالات

	H	T
H	(H,H) ①	(H,T) ②
T	(T,H) ③	(T,T) ④

$n(S) = 4$ عدد الاحتمالات

ما احتمال ظهور شعار H

(H,H), (H,T), (T,H)

(H,H), (H,T), (T,H), (H,H)

(H,H), (H,T), (T,H)

ما احتمال ظهور عددين متشابهين بالرميتين؟

(H,H) , (T,T)

② احتمال الحدث: هو جزء من فضاء العينة

ما عدد احتمال ظهور عند رمي نقود مرتين ظهور شعار $\frac{1}{4}$ (H,H)

مثال حجر نرد

ما عدد الاحتمالات عجر نرد مرتين

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(-2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

(-,1) (-,2)

$n(S) = 36$

ما احتمال ظهور عددين عدد فردي $\frac{9}{36}$

ما احتمال ظهور عددين متشابهين $\frac{6}{36}$ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)

الاحتمالات

السحب على التالي مع الإعادة

لدينا صندوق فيه سبع بطاقات مرقمة كالتالي

[0,0 ,1,1,1,2,2]

نسحب من الصندوق بطاقتين على التالي مع الإعادة

1- ما احتمال الحدث A ان تكون البطاقتين نفس الرقم

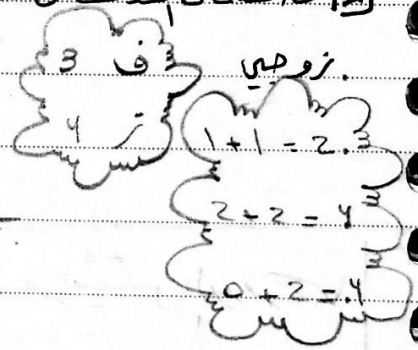
[0,0] أو [1,1] أو [2,2]

$$p(A) = \frac{2}{7}\times\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\times\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\times\frac{2}{7}$$

$$= \frac{4}{49} + \frac{9}{49} + \frac{4}{49}$$

$$p(A) = \frac{17}{49}$$

2- ما احتمال الحدث B ان يكون مجموع رقمي بطاقتين زوجي



$$p(B) = \frac{4}{7}\times\frac{4}{7} + \frac{3}{7}\times\frac{3}{7}$$

$$= \frac{16}{49} + \frac{9}{49}$$

$$p(B) = \frac{25}{49}$$

3- ما احتمال C عددين مجموعهما فردي

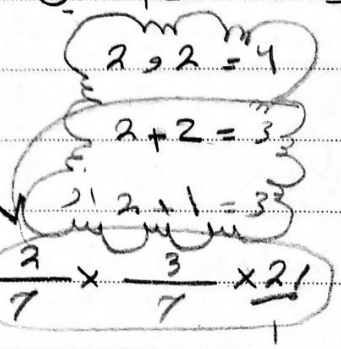
$$p(C) = \frac{4}{7}\times\frac{3}{7}\times 2 = \frac{24}{49}$$

4- ما احتمال D ان تكون الأولى تحمل (0) والثانية تحمل الرقم (1)

[0,1] مرتبة

$$p(D) = \frac{2}{7}\times\frac{3}{7} = \frac{6}{49}$$

5- ما احتمال عددين مجموعهما أكبر من (2)



$$p(F) = \frac{2}{7}\times\frac{2}{7} + \frac{2}{7}\times\frac{3}{7}\times 2!$$

$$= \frac{4}{49} + \frac{12}{49} = \frac{24}{49}$$

نظري عملي

التوزيعات الاحتمالية

هام جداً تعاريف نظري عملي لحل

التوزيع الأحتمالي: هو توزيع احتمالي متغيرة العشوائي منفصل

المتغير العشوائي: يسمى المتغير الذي يأخذ جميع القيم لها احتمالات معلومة

المتغير العشوائي المنفصل: المتغير العشوائي الذي لديه عدد محدد من القيم (وحدات)

المتغير العشوائي المتصل: هو المتغير العشوائي الذي لديه عدد غير محدود من القيم

مثال

عندما نرمي قطعة نقود مرتين

ما هو فضاء العينة اكتب جدول التوزيع الاحتمالي

ما هي القيمة المتوقعة

علماً أن x المتغير العشوائي يدل على عدد مرات ظهور الشعار

الحل

	H	T
H	H,H	H,T
T	T,H	T,T

0, 1, 2

x	0	1	2
$P(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

(T,T) (T,H) (H,H) (H,T)

$= x \cdot px + x \cdot px + x \cdot px$

$= 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{2}{4} + 2 \times \frac{1}{4}$

$0 + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4}{4} = 1$

مثال

نرمي قطعة نرد مرة واحدة

عاهو المتغير العشوائي x

لجميع متيم في رمية واحدة

وما هي القيمة المتوقعة

الحل

المتغير العشوائي $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

جدول التوزيع الاحتمالي

x	1	2	3	4	5	6
$P(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6}$

القيمة المتوقعة $= \frac{21}{6} = 3.5$

كيف بناني افتر الإجابة لهيك

صندوق يحتوي 4 كرات حمراء

6 صفراء

4 خضراء

2 زرقاء

سنختار ثلاث كرات عشوائياً

إذا كان x متغير عشوائياً يدل على عدد الكرات الزرقاء الممكنة لجميع القيم

A) 1, 2, 3

B) 0, 1, 2

C) 1, 2, 3, 4

D) 0, 1

ما احتمال سحب كرة ليست صفراء

A) $\frac{2}{8}$

B) $\frac{4}{8}$

C) $\frac{5}{8}$

D) $\frac{6}{8}$

$\frac{4+4+2}{16}$

$\frac{10 \div}{16 \div} = \frac{5}{8}$