

مراجعة شاملة

الأعداد العقدية
تعريفها: هو عدد حقيقي قياسي i

الشكل الجبري
 $z = a + ib$
 a, b أعداد حقيقية
 $i^2 = -1$
أول سوال بالأسفل
معادلة من الدرجة الثانية بطريقة Δ

قانون $az^2 + bz + c = 0$

a, b, c أعداد

قانون $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$

$\Delta = + > 0$

لها حلان
 $z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, $z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

مثال
 $z^2 + 5z + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$

$\Delta = (5)^2 - 4 \times 1 \times 4$

$\Delta = 25 - 16$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} > 0$ موجب لها حلان

$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{a^2}$

$z_1 = \frac{-5 + 3}{2 \times 1} = \frac{-2}{2} = -1$

$z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{a^2} = \frac{-5 - 3}{2 \times 1} = \frac{-8}{2} = -4$

1 $2x(6 + 2y) = 12x + 4xy$

$-6(5x + 3) = -30x - 18$

$(2x + y)(+5x + 2) = 10x^2 + 4x + 5xy + 2y$

$\times (10x^2 + 8)(-5x + 4) =$

$-50x^2 + 40x + 15x - 12 = -50x^2 - 35x - 12$

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ (3)

$(2x + y)(2x - y) =$

$4x^2 - y^2$

$(5a - 6)(5a + 6) =$

$25a^2 - 36$

$(5a + 6)(5a + 6) =$

$25a^2 + 30a + 30a + 36 = 25a^2 + 60a + 36$

مربع مجموع عددين

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مربع الأول + ضعفي الأول في الثاني + مربع الثاني

مربع فرق عددين

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مربع الأول + ضعفي الأول في الثاني + مربع الثاني

$$1) \quad az^2 + bz + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

قانون 1. $\Delta > 0$ له حلان

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

قانون 2. $\Delta = 0$ له حل واحد

$$z_1 + z_2 = \frac{-b}{2a}$$

قانون 3. $\Delta < 0$ له حلان

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{-\Delta}i}{2a}$$

$$z_2 = \frac{-b - \sqrt{-\Delta}i}{2a}$$

$$z^2 + 5z + 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$$

$$\Delta = 25 - 36$$

$$\Delta = -11 < 0 \quad \text{له حلان}$$

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{-\Delta}i}{2a} = \frac{+5 + \sqrt{-11}i}{2}$$

$$z_2 = \frac{-b - \sqrt{-\Delta}i}{2a} = \frac{+5 - \sqrt{-11}i}{2}$$

$$z^2 + 10z + 9 = 0 \quad \text{وصيفة}$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$= (10)^2 - 4 \times 1 \times 9$$

$$= 100 - 36$$

$$\Delta = 64$$

$$\Delta = \sqrt{64}$$

$$\Delta = 8 \quad \text{فوجدنا ثلاثة}$$

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$z_1 = \frac{-10 + 8}{2(1)} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$z_2 = \frac{-10 - 8}{2(1)^2} = \frac{-18}{2} = -9$$

$$\underline{\text{قانون}} \quad z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\underline{\text{قانون}} \quad r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\underline{\text{قانون}} \quad \sin \theta = \frac{b}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{r}$$

مثال حول إلى شكل قليبي

$$z = a + ib$$

$$z = 1 + i$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$r = \sqrt{(1)^2 + (1)^2}$$

$$r = \sqrt{1+1}$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$\sin = \frac{b}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos = \frac{a}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = 45 = \frac{\pi}{4}$$

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$z^2 + 2z + 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$= (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9$$

$$4 - 36$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-32} < 0 \quad \text{لا حلول}$$

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}i}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{-32}i}{2}$$

$$z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}i}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{-32}i}{2}$$

مثال

$$z^2 + 2z + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\Delta = (4 - 4)$$

$$\Delta = 0$$

حل واحد

$$z_1, z_2 = \frac{-b}{2a}$$

$$= \frac{-2}{2} = -1$$

مثال حول إلى شكل قليبي

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$
θ	30	60	45
$\sin$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$z = 2 + 2\sqrt{3}i \quad \underline{\underline{\text{d/2}}}$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$r = \sqrt{(2)^2 + (2\sqrt{3})^2}$$

$$r = \sqrt{4 + 4(3)}$$

$$r = \sqrt{4 + 12}$$

$$r = \sqrt{16} = 4 \quad r = 4$$

$$\sin \theta = \frac{b}{r} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{r} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) \\ 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$z = i + \sqrt{3} \quad \underline{\underline{\text{d/2}}}$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2}$$

$$r = \sqrt{3+1}$$

$$r = \sqrt{4}$$

$$r = 2$$

$$\sin = \frac{b}{r} = \frac{1}{2}$$

$$\cos = \frac{a}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) \\ = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

اهام 3/3

نظري الاحتمالات

لدينا صندوقين فيتيوي وكرات

3 بيضا w

4 حمراء R

2 سوداء B

سحب من الصندوق ثلاث كرات معا

ملاحظة: كل عام

$$P(5,3) = \frac{P(5,3)}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}$$

$$P(5,3) = 5 \times 4 \times 3$$

ملاحظة: كل عام

$$P(A) = \frac{\text{عدد النتائج}}{\text{عدد النتائج الكلية}}$$

ما احتمال ان تكون الالوان الثلاثة بيضا و احمر

$$P(4,3)$$

$$C(4,3) = \frac{4!}{3!1!}$$

$$C(9,3) = \frac{9!}{3!6!}$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = \frac{4}{84}$$

ما احتمال ان يكون اكرات بيضا و احمر و سوداء

$$C(3,3)$$

$$C(3,3) = \frac{3!}{3!0!}$$

$$C(9,3) = \frac{9!}{3!6!}$$

$$\frac{3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 1$$

$$P(9,3) = \frac{84}{3!}$$

تكمال احادلات تفاضلية
حل احادلات تفاضلية بطريقة شبه المتكامل

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{1-0}{4} = 0.25$$

قانون شبه المتكامل

$$f(x) = \int_a^b x^2 dx = \frac{1}{3} [f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4]$$

ملاحظة

$$f(x) = \int_a^b x^2 dx$$

$$n=4$$

عدد الدورات

التي

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{1-0}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

x	0	0.25	0.50	0.75	1
f=x^2	0	0.0625	0.25	0.5625	1
	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄

$$\int_a^b x^2 dx = \frac{h}{4} [f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4]$$

$$= \frac{0.25}{4} (0 + 2(0.0625) + 2(0.25) + 2(0.5625) + 1)$$

$$\frac{0.25}{4} (2.75) = \frac{0.6875}{4}$$

ملاحظة

لدينا صندوق يحتوي على 5 كرات

4 حمراء

3 زرقاء

2 سوداء

نسحب كرتان معاً

نأمل احتمال أن تكون الكرتان أحمرتان

أو

أما احتمال أن تكون الكرتان زرقاء

أو

أما احتمال أن تكون الكرتان سوداء

فإنه يختلف لثلاثة

ملاحظة

أو
و

ملاحظة

$$C(3,1) = 3$$

$$C(4,1) = 4$$

$$C(2,1) = 2$$

جواب: ما احتمال أن تكون الكرتان أحمرتان أو زرقاء أو سوداء

من نفس اللون

أحمر أو زرقاء أو سوداء
+

$$C(4,3) + C(3,3)$$

$$C(9,3)$$

$$P(4,3)$$

$$3! + 1$$

$$84$$

$$4 \times 3 \times 2$$

$$3 \times 2 \times 1$$

$$84$$

$$5$$

$$84$$

ما احتمال أن تكون الكرتان أحمرتان أو زرقاء أو سوداء

فإنه يختلف لثلاثة

أحمر أو زرقاء أو سوداء

$$C(3,1) \cdot C(4,1) \cdot C(2,1)$$

$$C(9,3)$$

$$= \frac{3 \times 4 \times 2}{84} = \frac{24}{84}$$

ما احتمال سحب كرتين أحمرتين

$$C(4,2) \cdot C(5,1)$$

$$C(9,3)$$

$$P(4,2) \cdot 5 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \cdot 5$$

$$84$$

$$84$$

$$= \frac{30}{84}$$

نفس

السحب على التالى وعودة الامة

لنفرض صندوق مع بطاقات عرقلة

[2, 2, 1, 1, 1, 0, 0]

سحب من المعلق بطاقتين على التالى

وعودة الامة

1- ما احتمال A ان تكون البطاقتين من نفس الرقم

$A = [2, 2]$ أو $[1, 1]$ أو $[0, 0]$

$$P(A) = \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{42} + \frac{6}{42} + \frac{2}{42}$$

$$P(A) = \frac{10}{42}$$

2- ما احتمال B ان تكون رقمي البطاقتين مجموعهما

زوجي؟

$$P(B) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6}$$

$$\frac{6}{42} + \frac{12}{42} = \frac{18}{42}$$

ما احتمال الحدث C ان تكون رقمي البطاقتين مجموعهما

زوجي؟

زوجي + زوجي

زوجي + فردي

فردي + زوجي

بـ 2 x [زوجي و زوجي] C

$$P(C) = \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} \times 2!$$

$$P(C) = \frac{24}{42}$$

3- ما احتمال D ان يكون الاولى تحمل الرقم 0 والثانية 2

نفس

D = [0, 2]

تحمل الرقم (1)

$$P(D) = \frac{2}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{6}{42}$$

5. ما احتمال E ان يكون مجموع رطقتين

الكبر من 2 ؟

~~$E = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{6}$~~

$(1+2) \times 21 = 3$ و $(2+1) = 6$

$E = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{6}$

$= \frac{12}{42} + \frac{2}{42} = \frac{14}{42}$